

Frequenzkämme und optische Frequenzmetrologie

Rüdiger Paschotta,
RP Photonics Consulting GmbH, Zürich, Schweiz

Frequenzkämme, wie sie mit modengekoppelten Lasern erzeugt werden können, haben in den letzten Jahren erhebliche Bedeutung vor allem in der Frequenzmetrologie erfahren. Hier sollen die Grundlagen und einige der wichtigsten Anwendungen erläutert werden.

Seit der Verleihung des Physik-Nobelpreises u.a. an Prof. Theodor Hänsch im Jahr 2005 erfahren Frequenzkämme eine besonders große Aufmerksamkeit, aber bereits in den vorangegangenen Jahren gab es eine stürmische Entwicklung hin zu neuen Techniken, die die Anwendungsfelder stark erweitert haben. Während es anfangs um Anwendungen in der Präzisionsspektroskopie ging, steht inzwischen die Frequenzmetrologie im Zentrum des Interesses – nicht von ungefähr, da die nächste Generation von Atomuhren auf einem optischen Frequenzstandard basieren soll und höchstwahrscheinlich einen Frequenzkamm als „optisches Uhrwerk“ verwenden wird. Der Wert hochpräziser Zeitmessungen liegt in ihrer Bedeutung für wichtige technologische Entwicklungen; als Beispiele können das GPS-System und das europäische Galileo-Projekt dienen.

1 Grundlagen

Ultrakurze optische Pulse im Piko- und Femtosekundenbereich werden fast immer mit modengekoppelten Lasern erzeugt [1]. Während das optische Spektrum eines einzelnen Pulses durch eine „weiche“ (z.B. gaußförmige) Kurve beschrieben werden kann, besteht das Frequenzspektrum eines regelmäßigen Pulszugs, wie er von einem modengekoppelten Laser emittiert wird, aus äquidistanten diskreten Linien (**Bild 1**) [2]. Dies liegt daran, dass das Fourier-Integral des elektrischen Felds der emittierten Strahlung Beiträge von allen einzelnen Pulsen enthält, die sich nur für bestimmte Frequenzen phasenrichtig addieren, für andere Frequenzen jedoch auslöschen. Wichtig ist hierfür die im allgemeinen sehr hohe Phasenkohärenz zwischen den

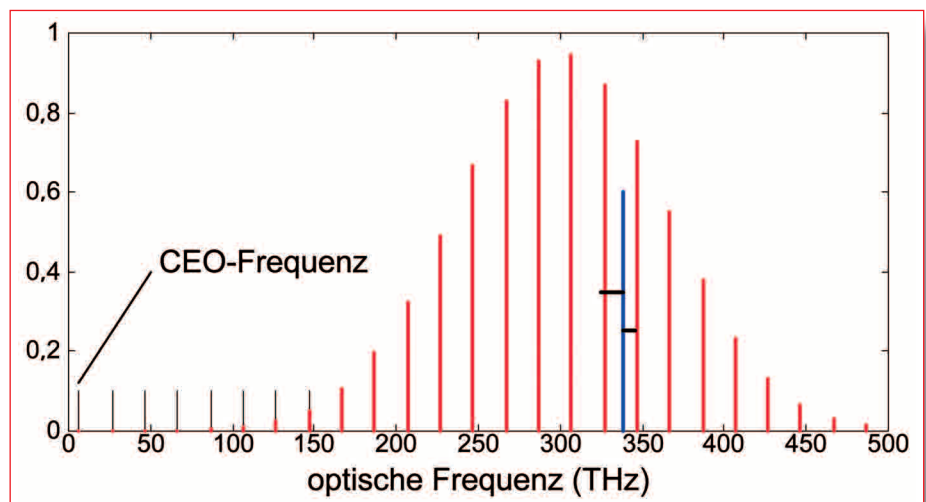


Bild 1: Frequenzkamm (rot, beliebige Intensitätseinheiten) aus einem modengekoppelten Laser, vereinfachend gezeichnet für eine unrealistisch große Pulsrepetitionsrate von 20 THz. Die Überlagerung mit einem Teststrahl (blau) ergibt Schwebungsfrequenzen, von denen die zwei niedrigsten mit horizontalen Linien angedeutet sind, deren Länge dem Betrag dieser Differenzfrequenzen entspricht. Die Extrapolation der Frequenzen hin zu niedrigen Werten führt im allgemeinen nicht zu $\nu = 0$, sondern zur sog. CEO-Frequenz

Pulsen, die daher rührt, dass alle emittierten Pulse von einem einzigen im Laser umlaufenden Puls¹ stammen, der bei den Umläufen relativ wenig durch zufällige Einflüsse gestört wird. Wenn wir von jeglichem Rauschen absehen, sind die Linien im Spektrum unendlich schmal, und ihr Abstand entspricht der Repetitionsrate der Pulse – typischerweise im Bereich zwischen 10 MHz und 10 GHz, also mit Pulsabständen zwischen 100 ns und 100 ps. Das gesamte Spektrum kann viele Terahertz breit sein.

Bei solchen Spektren sind wir es gewohnt, dass alle Frequenzen ganzzahlige Vielfache (Harmonische) einer Grundfrequenz

sind. Genau dies ist jedoch *nicht* der Fall: Die Extrapolation der Frequenzen des Kamms führt im Allgemeinen *nicht* zu $\nu = 0$. Dies resultiert daraus, dass sich zwar die Einhüllende des elektrischen Felds der Pulse exakt wiederholt, das elektrische Feld selbst jedoch von Puls zu Puls eine Veränderung der Phase erfährt. Die sogenannte carrier-envelope offset phase (CEO-Phase) quantifiziert die Phase der elektrischen Schwingung relativ zum Maximum der Einhüllenden und ändert sich vor allem durch dispersive und nichtlineare Effekte

¹ Wir schließen hier sogenanntes 'harmonic mode locking' aus, bei dem mehrere Pulse im Laser umlaufen.

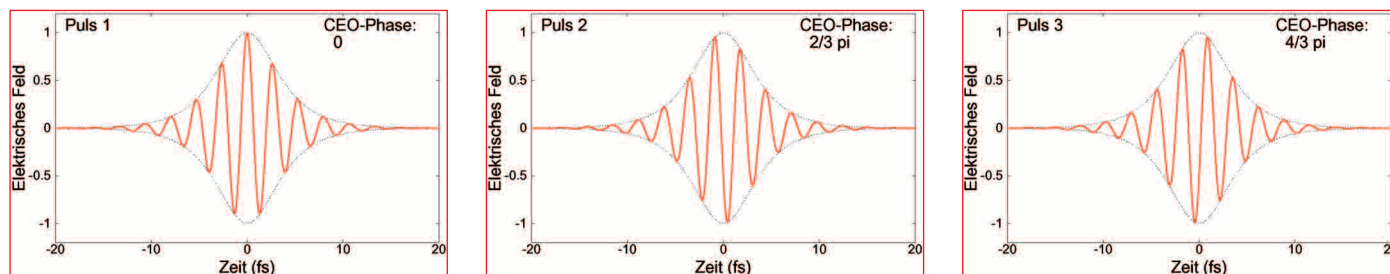


Bild 2: Elektrisches Feld (rot) und Einhüllende (schwarz) von drei aufeinanderfolgenden Pulsen mit 5 fs Pulsdauer. Die CEO-Phase (carrier-envelope offset, s. Text) ändert sich in diesem Beispiel von Puls zu Puls um $2\pi/3$, was einer CEO-Frequenz von einem Drittel der Puls-Wiederholrate entspricht: das elektrische Feld wiederholt sich alle drei Pulse

im Laser. Wenn die CEO-Phasenänderung (modulo 2π) z.B. genau $2\pi/3$ ist (siehe **Bild 2**), wiederholt sich das elektrische Feld erst alle drei Pulse exakt, und die niedrigste Frequenz des extrapolierten Spektrums, die sogenannte CEO-Frequenz, ist ein Drittel des Linienabstands (wie in Bild 1 gezeigt). In jedem Fall bleiben die Linien jedoch exakt äquidistant.

Während die genannten Änderungen der CEO-Phase selbst (Bild 2) in der Regel nur bei Pulsen mit Dauern von wenigen Femtosekunden relevant werden können² (für bestimmte nichtlineare Prozesse), ist die resultierende CEO-Frequenz in der Metrologie sehr wichtig, denn die Frequenzen aller Linien sind erst durch die Angabe von Linienabstand und CEO-Frequenz eindeutig bestimmt.

Weitere Details zu diesem Thema und auch viele weitere Querverweise finden sich in [2].

2 Vergleich optischer Frequenzen

Schon ohne die Kenntnis der CEO-Frequenz können Frequenzkämme in der Metrologie sehr nützlich sein [3], insbesondere wenn sie große Frequenzbereiche umfassen. Man stelle sich z.B. vor, dass ein Frequenzkamm gleichzeitig mit zwei monochromatischen Signalen überlagert wird. Für jedes Signal entstehen nun auf einer Photodiode mehrere Schwebungsfrequenzen, wie in Bild 1 für ein einziges Signal gezeigt. Wenn die Differenz der optischen Frequenzen der beiden monochromatischen Signale groß ist, kann sie ermittelt werden als ein bestimmtes Vielfaches des Linienabstands, korrigiert um zwei gemessene Schwebungsfrequenzen der beiden Signale mit nahe gelegenen Kammlinien. Der Linienabstand kann durch Messung der Pulsrepetitionrate sehr genau ermittelt werden, und sein Multipli-

kator ergibt sich aus einer groben Messung z.B. mit Hilfe eines interferometrischen Wellenlängenmessgeräts. Darüber hinaus genügt die Messung der jeweils niedrigsten Schwebungsfrequenzen (die maximal dem halben Linienabstand entsprechen). Somit kann der Frequenzabstand also selbst dann hochgenau bestimmt werden, wenn er so groß ist (etwa Dutzende von Terahertz), dass die direkte Schwebungsfrequenz der beiden Signale bei weitem zu hoch wäre für jede Photodiode und jede Elektronik. Bedingung ist nur, dass der Frequenzkamm Schwebungen mit beiden Signalen ermöglicht. Dazu muss er nicht einmal den Frequenzraum zwischen den beiden Signalen voll ausfüllen.

3 Vergleich optischer Frequenzen mit Mikrowellen-Frequenzen

Schwieriger wird es, wenn eine optische Frequenz, etwa die eines hochgenauen optischen Frequenzstandards, mit einer Mikrowellenfrequenz verglichen werden soll, wie sie z.B. von einer Cäsium-Atom-

uhr erzeugt wird. Eine Schwebung mit der Cäsium-Uhr ist nicht möglich, weil sich das optische Spektrum nicht bis zu so niedrigen Frequenzen (ca. 9 GHz) erstreckt. Hier benötigt man nicht nur eine Bestimmung des Linienabstands, sondern auch der CEO-Frequenz. Genau dies wurde möglich durch den Einsatz eines sogenannten f-2f-Interferometers – aber erst, seitdem Frequenzkämme erzeugt werden können, deren Spektrum dank ultrakurzer Pulse mindestens ca. eine Oktave umfasst. Man verwendet zunächst einen Frequenzverdoppler-Kristall, der für die niedrigsten optischen Frequenzen – in **Bild 3** um ca. 200 THz – phasenangepasst ist. Das Produkt ist ein (schmaler) Frequenzkamm in der Gegend von 400 THz. Dieser enthält nicht nur die doppelten Frequenzen der ursprünglichen Linien, sondern alle auftretenden Summenfrequenzen, so dass der Linienabstand gleich bleibt und nicht etwa ebenfalls verdoppelt wird. Was ist nun die CEO-Frequenz dieses Kamms? Sie ist verdoppelt gegenüber dem ursprünglichen Kamm (abgesehen von einer mög-

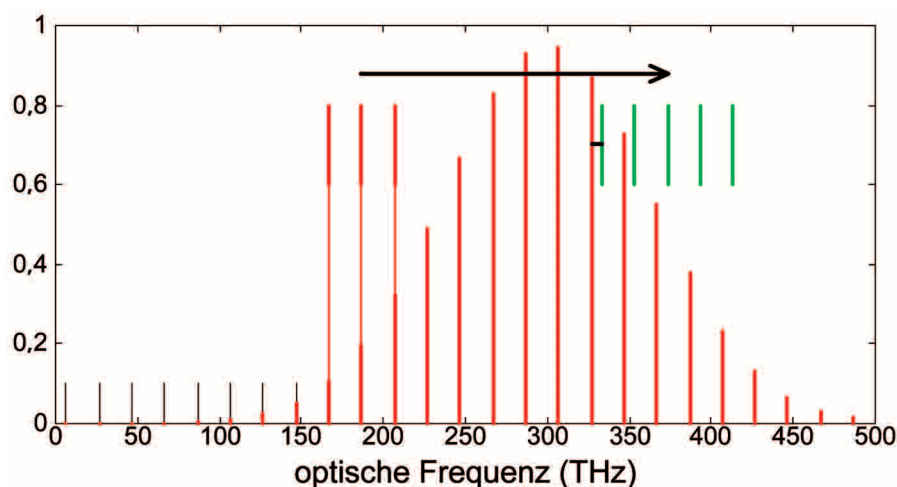


Bild 3: Messung der CEO-Frequenz. Frequenzverdopplung eines niederfrequenten Teils des Frequenzkamms (schwarzer Pfeil) ergibt einen Frequenzkamm mit doppelter CEO-Frequenz (grün), so dass die letztere durch eine Messung der Schwebungsfrequenz (kurze horizontale schwarze Linie) ermittelt werden kann

² Lange Pulse haben sehr viele optische Zyklen. In einer Zeitauftragung des Feldes wie in Bild 2 wäre die CEO-Phase kaum mehr zu erkennen.

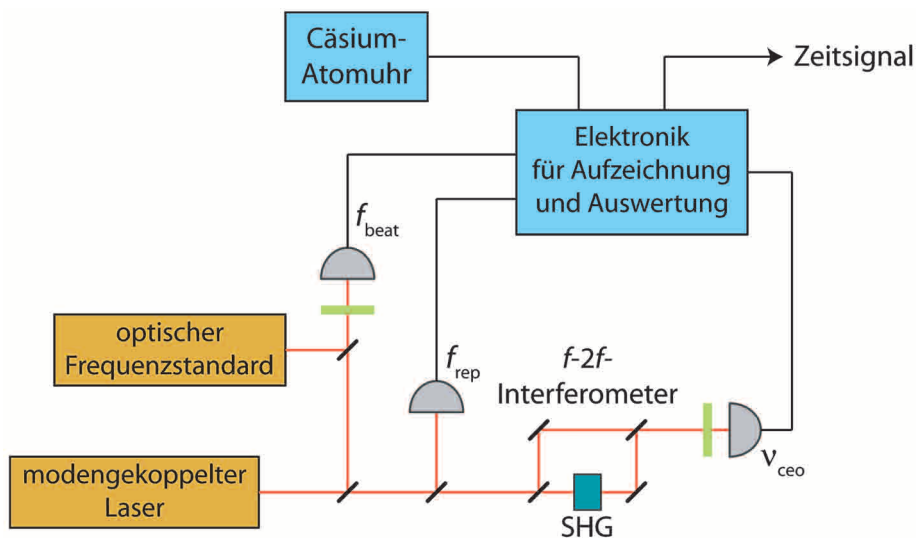


Bild 4: Prinzipieller Aufbau einer optisch referenzierten Atomuhr. Der Frequenzkamm des modengekoppelten Lasers erlaubt es, die Signale von Cäsiumuhr und optischem Standard zu vergleichen und eine höhere Langzeitstabilität als die der Cäsiumuhr zu erreichen

lichen Korrektur um einen Linienabstand). Somit fallen die Linien des verdoppelten Kamms im allgemeinen *nicht* mit denen des ursprünglichen Kamms zusammen, und die messbare Schwebung mit diesem ergibt die CEO-Frequenz.

Das Ziel ist somit erreicht: Zwei Frequenzen im MHz- oder GHz-Bereich, die beide mit elektronischen Mitteln sehr genau gemessen werden können, bestimmen nun die Linien *aller* optischen Frequenzen des Kamms mit hoher Genauigkeit. Messen wir zusätzlich eine Schwebung mit dem Signal eines optischen Frequenzstandards, so können wir auch dessen Frequenz hochgenau mit der einer Cäsium-Uhr vergleichen.

Dies eröffnet nun vielfältige Möglichkeiten. Zunächst lässt sich die Frequenz eines optischen Frequenzstandards auf die offizielle Sekunde beziehen, die im SI-System durch die Cäsium-Uhr festgelegt ist. Das Verfahren ist bei weitem einfacher und flexibler als ein früher verwendetes, welches auf Frequenzketten beruhte: Mit Hilfe vieler aufeinander folgender Frequenzkonverter arbeitete man sich vom Mikrowellenbereich durch das ferne, mittlere und nahe Infrarot bis in den sichtbaren Spektralbereich vor und traf mit diesem Ansatz auch nur die Frequenzen ganz bestimmter optischer Standards.

Umgekehrt kann, wenn der optische Frequenzstandard von sehr hoher Qualität ist, dieser nun für die Kontrolle oder Korrektur einer Cäsium-Uhr herangezogen werden (**Bild 4**). Ein Frequenzkamm kann somit das Kernstück eines „optischen Uhrwerks“ bilden. So wie ein mechanisches Uhrwerk die schnelle Schwingung etwa einer Unruh-Feder phasenstarr mit einem

Sekundentakt verbinden kann, verbindet der Frequenzkamm eine optische Frequenz mit einer Mikrowellenfrequenz ebenfalls in phasenstarrer Weise.

Ein oktavbreites Spektrum ist bei sorgfältiger Auslegung schon direkt mit einem optimierten Titan-Saphir-Laser erreichbar [4]. Jedoch ist es auch möglich, das Spektrum eines schmalbandigeren Lasers (etwa eines Cr:LiSAF- oder Faserlasers) in einer mikrostrukturierten Faser (photonic crystal fiber) noch nachträglich zu verbreitern (Superkontinuum-Erzeugung). Es mag überraschen, dass die hochgradig nicht-linearen Prozesse in einer solchen Faser die Phasenkohärenz der Pulse zu bewahren vermögen. Dies ist freilich auch nicht in allen Parameterbereichen der Fall; im allgemeinen sind hinreichend kurze Pulse bereits vor der Faser notwendig, und die Parameter der Faser (Dispersion, Länge, etc.) müssen geeignet gewählt werden.

4 Rauschen und CEO-Stabilisierung

Ein idealer Frequenzkamm hätte unendlich schmale Linien, deren Positionen absolut feststehen. In der Praxis ist allerdings ein gewisses Maß an Rauschen unvermeidlich. Dominierend sind niederfrequente Schwankungen von CEO-Frequenz und Linienabstand, hervorgerufen z.B. durch thermische Effekte. Hinzu kommen akustische Einflüsse, insbesondere durch Vibrationen der Laserspiegel, die jedoch durch stabilen Aufbau und Abschirmung gegen Vibrationen stark unterdrückt werden können. Hochfrequentes Rauschen, etwa bei Frequenzen von vielen Megahertz, ist bei

Lasern normalerweise sehr gering, verglichen etwa mit dem von elektronischen Oszillatoren. Somit können Frequenzkämme extrem rauscharm sein, wenn man die niederfrequenten Störungen passiv durch Schwingungsisolation und/oder aktiv mit Hilfe entsprechender Regelkreise unterdrückt. Hierbei ist freilich zu beachten, dass auch ein f - $2f$ -Interferometer eine erhebliche Drift aufweisen kann. Außerdem muss der Laseraufbau bereits sorgfältig optimiert sein, um eine phasenkohärente Regelung [5,6] zu erlauben, die nicht nur die CEO-Frequenz am Wegdriften hindert, sondern die CEO-Phase festhält. Die CEO-Frequenz kann auf Null oder einen anderen gegebenen Wert fest eingestellt werden, oder auf einen bestimmten Bruchteil des Linienabstands. Nach Bedarf kann gleichzeitig auch die Repetitionsrate stabilisiert werden; als Stellglieder für die Kombination beider Größen können z.B. Pumpleistung und Resonatorlänge dienen.

Wie oben gezeigt, genügt für viele Zwecke schon die genaue Kenntnis der CEO-Frequenz, und eine Stabilisierung ist gar nicht notwendig. Eine wichtige Erkenntnis ist, dass dies auch für Fälle mit nicht vernachlässigbarem Rauschen gilt. Während der Laser, der den Frequenzkamm erzeugt, frei läuft, also *nicht* phasenstarr z.B. an einen Frequenzstandard gekoppelt ist, werden die Abweichungen der CEO-Phase und der zeitlichen Position der Pulse elektronisch registriert. Diese Informationen lassen sich dann entweder auf rein elektronische Weise oder im Computer zur Korrektur aufgezeichneter Schwebungssignale nutzen³ [7]. Der Vorteil dieses Ansatzes ist nicht nur, dass damit auf eine Stabilisierung verzichtet werden kann, sondern vor allem auch, dass das Rauschen bis hin zu sehr hohen Frequenzen berücksichtigt werden kann, bei denen eine Regelung nicht mehr effektiv wäre.

Eine detaillierte theoretische Untersuchung des Rauschens von Frequenzkämmen findet sich in [8].

5 Rauschmessungen

Ein anderes Anwendungsbeispiel betrifft die Bestimmung der Linienbreite monofrequenter (axial einmodiger) Laser, die im kHz-Bereich oder auch darunter liegen kann. Das einfache Verfahren der Vermessung von Schwebungen ist wiederum dadurch begrenzt, dass die Frequenz-

³ Der springende Punkt ist, dass das Rauschen des nicht stabilisierten Lasers genau bekannt ist, somit also das Messsignal errechnet werden kann, welches man mit einem stabilisierten Laser erhalten würde. Die Fluktuationen genau zu kennen, ist so viel wert, wie sie völlig unterdrückt zu haben.

differenz maximal einige zehn Gigahertz betragen darf. Wenn sich die Frequenzen der zu charakterisierenden Laser aber um größere Beträge unterscheiden, würde für jeden Laser ein passender Referenzlaser benötigt, was u.U. nicht praktikabel ist. Dagegen ermöglicht ein breiter Frequenzkamm Schwebungsmessungen in einem weiten Bereich optischer Frequenzen. Das Rauschen der einzelnen Linien kann durch die Vermessung des Schwebungssignals von ein oder zwei Referenzlasern bestimmt werden, evtl. zusätzlich zur Registrierung der Repetitionsrate. Eine CEO-Stabilisierung ist wiederum nicht nötig; es genügt eine Aufzeichnung des Rauschens, ohne dieses zu unterdrücken.

6 Fazit

Die Entwicklung breitbandiger modengekoppelter Laser hat optische Frequenzkämme zu einem Werkzeug mit sehr attraktiven Einsatzmöglichkeiten gemacht. Diese umfassen nicht nur zukünftige optisch referenzierte Atomuhren, sondern auch heutige Messaufgaben, betreffend z.B.

optische Frequenzen, Frequenzverhältnisse, optisches Phasenrauschen, und in Verbindung mit diversen Messwandlern auch andere physikalische Größen. Voraussetzungen für die erfolgreiche technische Umsetzung sind die Kenntnis geeigneter Laserquellen und ihrer Eigenschaften, das physikalische und mathematische Verständnis von Größen und Prozessen im Zusammenhang mit der CEO-Phase und mit Rauschen, sowie die Vertrautheit mit Methoden der Erfassung und Verarbeitung elektronischer Signale. Durch Kombination dieser Kompetenzen sollten in naher Zukunft weitere wichtige technologische Fortschritte möglich werden.

Literaturhinweise

- [1] R. Paschotta, *Ultrakurzpuls-Festkörperlaser – eine vielfältige Familie*, Photonik 1/2006, 70-73
- [2] Encyclopedia of Laser Physics and Technology (www.rp-photonics.com/encyclopedia.html), Artikel über frequency combs, Fourier spectrum, frequency metrology, carrier-envelope offset, supercontinuum generation, sowie über viele andere Stichworte dieses Artikels
- [3] J.N. Eckstein, A.I. Ferguson, T.W. Hänsch, *High-resolution two-photon spectroscopy with picosecond light pulses*, Phys. Rev. Lett. 40 (13), 847 (1978)
- [4] R. Ell et al., *Generation of 5-fs pulses and octave-spanning spectra directly from a Ti:sapphire laser*, Opt. Lett. 26, 373-375 (2001)
- [5] A. Poppe et al., *Few-cycle optical waveform synthesis*, Appl. Phys. B 72, 373 (2001)
- [6] F.W. Helbing et al., *Carrier-envelope offset dynamics and stabilization of femtosecond pulses*, Appl. Phys. B 74, S35 (2002)
- [7] H.R. Telle et al., *Kerr-lens mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements*, Appl. Phys. B 74, 1 (2002)
- [8] R. Paschotta et al., *Optical phase noise and carrier-envelope offset noise of mode-locked lasers*, Appl. Phys. B 82 (2), 265 (2006)

Ansprechpartner

Dr. Rüdiger Paschotta
RP Photonics
Consulting GmbH
Kurfürstenstr. 63
CH-8002 Zürich
Tel. +41/44/20102-60
Fax +41/44/20102-59
eMail: paschotta@rp-photonics.com
Internet: www.rp-photonics.com



www.photonik.de ▶ Webcode 3002